1 星とその衛星を考える。星と衛星の重心を点Cとし，2つはそれぞれ点Cの周りを等速円運動しているとする。星の質量を M，半径を R，衛星の質量を m，半径を r とし，星も衛星も球形で変形しないとする。ここで星の中心と衛星の中心との距離を d とし，$M>m$，$d \gg R>r$ として以下の問いに答えよ。万有引力定数は G とする。(図1参照)

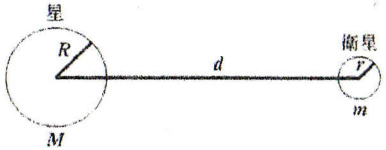


図 1

(1) 星と衛星の間に働く引力を求めよ。

まず衛星の運動に注目する。

(2) 点Cと衛星の中心との距離を求めよ。

(3) 衛星の円運動の半径を求めよ。

(4) 円運動の角速度を ω として衛星に働く遠心力を求めよ。

(5) 衛星に働く引力と遠心力との釣り合いの条件から角速度を求めよ。

次に小さな物体Aが星の中心点Oと星の表面の2点P，Qにある場合に，衛星の引力の影響について考える。時刻 t で点Pは衛星に一番近い地点と一番遠い地点とのちょうど中間の地点，点Qは衛星に一番遠い地点とする。物体Aの質量は a とする。以下は時刻 t で考える。(図2参照)

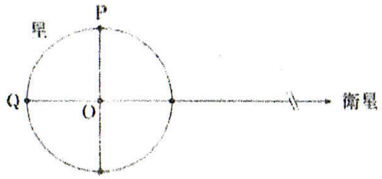


図 2

物体Aが点Oにある場合を考える。

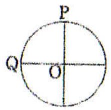
(6) 点Oの円運動の半径を求めよ。

(7) 円運動の角速度を ω として物体Aに働く遠心力を求めよ。

(8) 物体Aと衛星との間に働く引力を求めよ。

(9) 物体Aに働く(7)の遠心力と(8)の引力との差を求めよ。ここで角速度 ω には(5)で求めた値を用いること。

(10) (9)で求めた力の差の向きを図の点Oに矢印で示せ。ただし差がない場合は点Oに×を記入せよ。



物体Aが点Pにある場合を考える。但し，点Pから衛星を見た場合と点Oから衛星を見た場合の距離の違いや方向の違いは小さいので無視して良い。

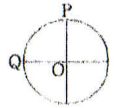
(11) 点Pの円運動の半径を求めよ。

(12) 円運動の角速度を ω として物体Aに働く遠心力を求めよ。

(13) 物体Aと衛星との間に働く引力を求めよ。

(14) 物体Aに働く(12)の遠心力と(13)の引力との差を求めよ。ここで角速度 ω には(5)で求めた値を用いること。

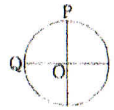
(15) (14)で求めた力の差の向きを図の点Pに矢印で示せ。ただし差がない場合は点Pに×を記入せよ。



物体Aが点Qにある場合を考える。

(16) 同様にして点Qにある物体Aに働く遠心力と引力との差を求めよ。

(17) (16)で求めた力の差の向きを図の点Qに矢印で示せ。ただし差がない場合は点Qに×を記入せよ。



注) $k \ll 1$ の場合 $\dfrac{1}{1 \pm k} \fallingdotseq 1 \mp k$ として良い。

2 図3のように，一辺の長さがそれぞれ a, b である1回巻き長方形コイル PQRS (質量 m) を，辺 PQ の中点でばね (ばね定数 k) を用いて天井からぶら下げた。1回巻き長方形コイルの辺 PS が鉛直方向になっている。ここで，図3はつりあいの位置を表している。なお，ばねは絶縁体で作られており，1回巻き長方形コイル PQRS は鉛直方向にのみ運動する。また，1回巻き長方形コイル PQRS の自己インダクタンスは無視できるとする。この1回巻き長方形コイル PQRS に流れる電流を検出するために，点Pの部分より，運動に影響を与えないように導線で電流計が接続されている。この導線と電流計の抵抗は無視できるとする。1回巻き長方形コイル PQRS がつりあいの位置にあるときの辺 PS と QR の中点の位置を結ぶ面より下側に，図3のように磁場 (磁界) が存在する場合を考える。磁場 (磁界) は，紙面に垂直で裏から表へ向かい，その磁束密度の大きさは B とする。ばねをつりあいの位置より $\ell\left(<\frac{b}{2}\right)$ だけ伸ばして，時刻 $t=0$ で静かに放した。

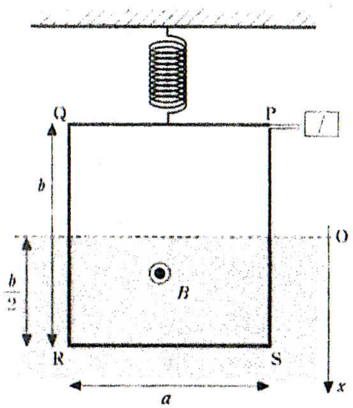
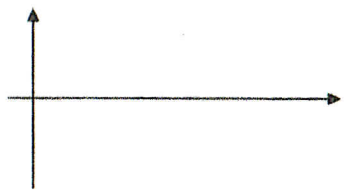


図 3 (つりあいの位置)

(1) 時刻 t での1回巻き長方形コイル PQRS を貫く磁束 Φ を求めよ。

(2) 1回巻き長方形コイル PQRS に生じる誘導電流の向きが PQRS の振動とともにどう変化するかを，理由を含めて，時間を追って振動の1周期分について4行程度で説明せよ。

(3) 電流計の代わりに電圧計を接続して誘導起電力を測定する。1回巻き長方形コイル PQRS に生じる誘導起電力 V を時間の関数として求め，振動の1周期分についてグラフに図示せよ。ここで，誘導電流を P→Q→R→S→P 方向に流す起電力の向きを正とする。グラフの各軸に必要な目盛りと値を記入せよ。



(4) 1回巻き長方形コイル PQRS の点Pの部分に，図4のように抵抗 (抵抗値 R) とソレノイド (自己インダクタンス L) を直列につないだ回路を接続した。この回路をつなぐことにより，1回巻き長方形コイル PQRS の運動に影響が出ることもあり得るが，ここではその影響を無視して(3)で求めた誘導起電力 V をそのまま使えるとして，ソレノイドを流れる電流 I を時間の関数として求めることを考える。ここで，ソレノイドの抵抗値はゼロとし，コイル PQRS まわりの一様な磁場 (磁界) のソレノイドへの影響はないとする。

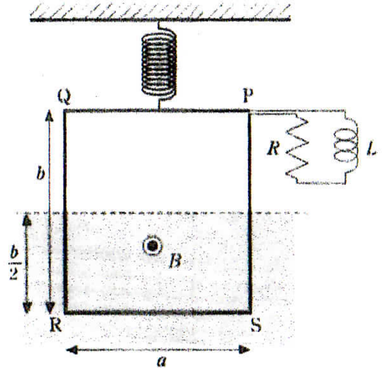


図 4

(a) (3)で求めた1回巻き長方形コイル PQRS の誘導起電力 V とソレノイドを流れる電流 I の満たす方程式を求めよ。必要なら微小量を表す ΔI などを用いてよい。

(b) この回路に流れる電流を $I=I_0\sin(\omega t+\phi)$ と仮定したとき，ω を求めよ。ここで，ϕ はコイル PQRS の誘導起電力 V と電流 I の位相の差である。

(c) (b)の結果を用いて，I_0 と ϕ の満たすべき2個の方程式を導け。

3 次の文章の，(a)〜(n)にあてはまる語句，数値を答えよ。また，(問)については解答欄に図示せよ。必要なら，原子質量単位 $1\,\mathrm{u}=1.66\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$，光速 $c=3.00\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$ を用いよ。なお，(j)と(n)については，計算の途中経過についても簡潔に示し，エネルギーの単位はジュール〔J〕として，有効数字2桁で求めよ。この計算において，電子の質量は無視してよいとし，陽子，中性子，ヘリウム原子核の質量はそれぞれ 1.007 u，1.009 u，4.002 u とせよ。

ウランなどの原子が自然に放射線を出す性質を $\boxed{\text{(a)}}$ という。放射線には α 線，β 線，γ 線の3種類がある。各放射線の本性（実体）は，α 線が $\boxed{\text{(b)}}$ で，β 線が $\boxed{\text{(c)}}$，γ 線が $\boxed{\text{(d)}}$ である。各放射線の物質中での透過力を大きい順に並べると，$\boxed{\text{(e)}}$，$\boxed{\text{(f)}}$，$\boxed{\text{(g)}}$ となる。

(問) 図5のように，紙面に垂直で裏から表に向かう向きの磁場（磁界）が分布する空間内に放射線源を置き，放射線が上向きに出る場合を考える。α 線，β 線，γ 線それぞれの磁場（磁界）中での飛跡を解答欄の灰色部分に記入せよ。

〔解答欄〕

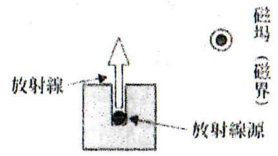


図 5

放射線源の例として，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ について考える。$^{235}_{92}\mathrm{U}$ は放射性崩壊を繰り返して最終的には $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ になる。このとき，α 崩壊は $\boxed{\text{(h)}}$ 回，β 崩壊は $\boxed{\text{(i)}}$ 回起こる。$^{235}_{92}\mathrm{U}$ と $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ の質量はそれぞれ 235.044 u と 206.976 u である。$^{235}_{92}\mathrm{U}$ が $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ に変化するまでに解放されるエネルギーは $\boxed{\text{(j)}}$ J となる。

また，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ は中性子 $^{1}_{0}\mathrm{n}$ を吸収すると，核分裂反応を起こす。一例として

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{\boxed{\text{(k)}}}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{89}_{\boxed{\text{(l)}}}\mathrm{Kr} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

を考える。ここで，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ の質量欠損は，上記の各質量の値を用いて計算すると，$\boxed{\text{(m)}}$ u となる。上記 Ba と Kr の質量欠損をそれぞれ 1.307 u と 0.841 u とすると，この反応で解放されるエネルギーは $\boxed{\text{(n)}}$ J となる。